

Logiikka

”Logiikka on päättelyjä ja perusteluja tutkiva tiede, oppi muodollisesti pätevistä päättelystä. Logiikassa tutkitaan erityisesti, seuraako jokin johtopäätös tehdyistä oletuksista.

Logiikassa tutkitaan väitelauseita (lyhyitä lauseita), joilla on yksikäsitteinen totuusarvo eli jotka ovat joko tosia tai epätosia”. Vaihtoehtoisesti voidaan puhua propositioista (Harsunkorpi ym., 2023, s. 19). ”Logiikassa väitelauseet korvataan usein kirjaimilla ja konnektiivit symboleilla eli ilmaisut formalisoidaan”. (Hähkiöniemi ym., s. 10)

Myös luonnollinen kieli voidaan kääntää formaalille kielelle (Harsunkorpi ym., 2023, s. 10). ”Luonnollinen kieli on jonkin ihmisryhmän äidinkielenään käyttämä kieli, joka on luonnollisen kehityksen tulos” (Tieteentermipankki, (n.d.), kuten suomen kieli.

Logiikka

Symboli	Luetaan	Nimitys
\neg	ei	negaatio
\wedge	ja	konjunktio
\vee	tai	disjunktio
\Rightarrow	jos...niin	implikaatio
\Leftrightarrow	jos ja vain jos	ekvivalenssi

Symbolit on kopioitu lähteestä: [Math Symbols Copy and Paste \$\infty \div \Sigma \sqrt{\pm} \int\$](#) .

Totuustaulun avulla voidaan tarkastella lauseita A, B ja mahdollisesti C sisältää kaikki mahdolliset tilanteet. Jos taulukossa on numero 1 se tarkoittaa, että lause on tosi, ja luku 0 tarkoittaa että lause on epätosi. (Hähkiöniemi ym., 2021, luku 1)

Totuustaulukkoa tarvitaan, koska sen avulla voidaan esittää kaikki mahdolliset tilanteet, jotka loogisista muuttujista voivat muodostua. Ilman totuustaulukkoa eri tilanteiden erottelu olisi vaikeampaa, eikä niitä pystyttäisi kuvaamaan esimerkiksi viivakaavioilla yhtä selkeästi ja järjestelmällisesti.

Logiikkaa ei käytetä vain lauseiden totuusarvojen tutkimiseen, vaan sitä sovelletaan laajasti erilaisissa ohjelmissa ja teknisissä järjestelmissä. Monissa ohjelmistoissa lopputulos riippuu siitä, ovatko tietyt muuttujat tosia vai epätosia. Tämän avulla voidaan tarkastella ja ohjata erilaisia tilanteita.

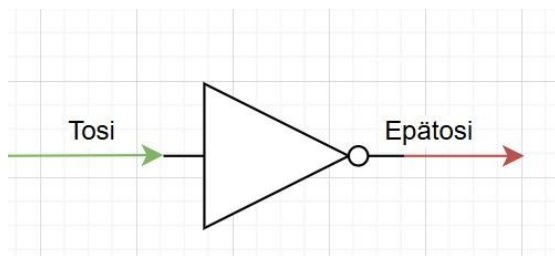
Seuraavan osion tarkoituksena on havainnollistaa, miksi erilaisia loogisia konnektiiveja ylipäättään tarvitaan. Esimerkeissä käytetään kuvina elektronisia kytkentäportteja, jotka näyttävät, mitä tietyssä tilanteessa voi tapahtua.

Kytkentäporttien tarkoitus on auttaa ymmärtämään loogisten tilanteiden rakennetta, mutta näitä ei tarvitse opetella.

Käydään läpi lausetta A, joka saa arvot tosi ja epätosi.

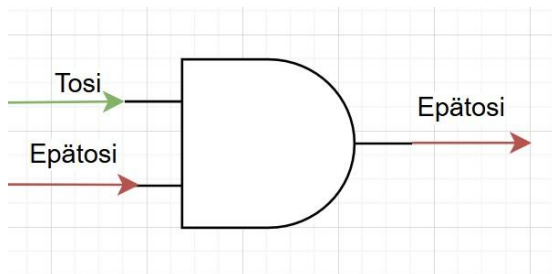
- A on tosi
- A ei ole tosi

Entäpä jos halutaan kääntää A päinvastaiseksi? Tällöin käytetään negatiota



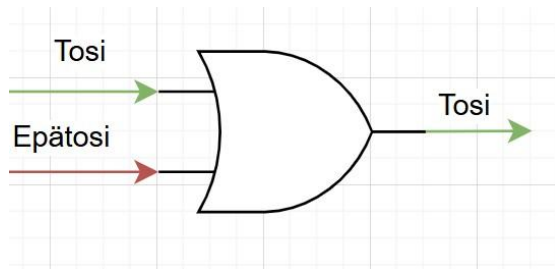
- Jos A on tosi, $\neg A$ ei ole tosi
- Jos A ei ole tosi, $\neg A$ on tosi

Aina lauseet eivät tule samasta lähteestä, joten lisätään mukaan myös lause B. Halutaan tilanne, jossa sekä A että B ovat tosia. Muussa tapauksessa tulos on epätosi. Tällöin käytetään konjunktiota



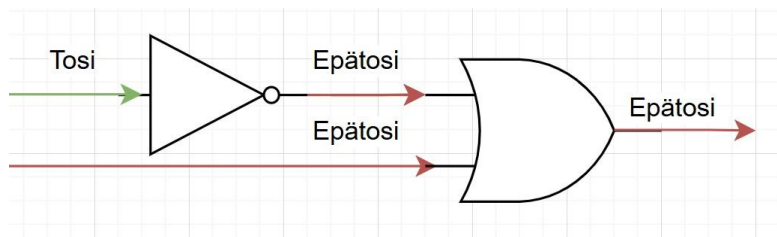
- Jos A ja B ovat tosia, lopputulos on tosi.
- Jos A on tosi ja B on epätosi, lopputulos on epätosi.
- Jos A on epätosi ja B on tosi, lopputulos on epätosi.
- Jos A ja B ovat epätosia, lopputulos on epätosi

Halutaan tilanne, jossa riittää, että vain toinen lauseista on tosi. Tällöin käytetään disjunktiota.



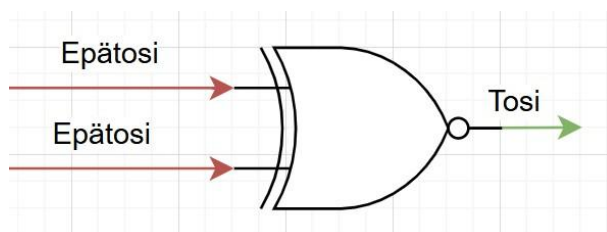
- Jos A ja B ovat tosia, lopputulos on tosi.
- Jos A on tosi ja B on epätosi, lopputulos on tosi. • Jos A on epätosi ja B on tosi, lopputulos on tosi.
- Jos A ja B ovat epätosia, lopputulos on epätosi.

Halutaan tilanne, jossa lopputulos on epätosi ainoastaan silloin, kun A on tosi ja B ei ole tosi. Tätä varten käytetään implikaatiota, jossa pätee seuraava ehto: jos A on tosi, myös lauseen B on oltava tosi, jotta lopputulos olisi tosi. Tämä ei kuitenkaan tarkoita, että B olisi aina oltava tosi. Lopputulos riippuu siis B:n arvosta vain silloin, kun A on tosi.



- Jos A ja B ovat tosia, lopputulos on tosi.
- Jos A on tosi ja B on epätosi, lopputulos on epätosi.
- Jos A on epätosi ja B on tosi, lopputulos on tosi.
- Jos A ja B ovat epätosia, lopputulos on tosi

Halutaan tilanne, jossa A ja B ovat joko molemmat tosia tai epätosia. Tällöin käytetään ekvivalenssia.



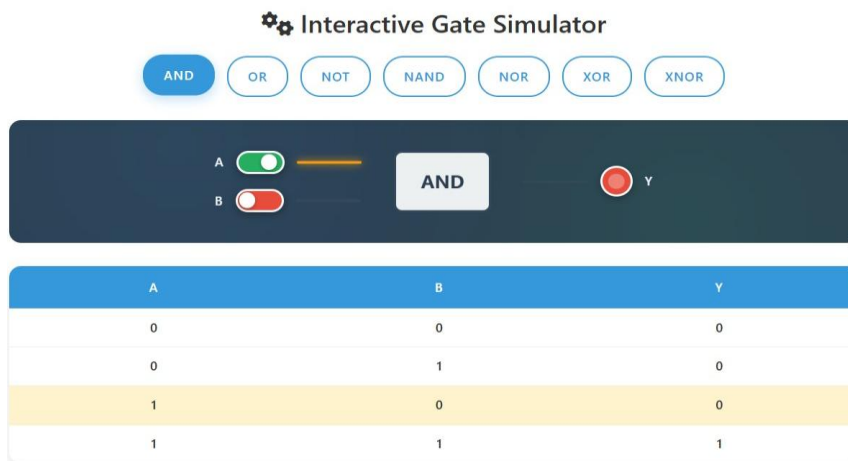
- Jos A ja B ovat tosia, lopputulos on tosi.
- Jos A on tosi ja B on epätosi, lopputulos on epätosi.
- Jos A on epätosi ja B on tosi, lopputulos on epätosi.
- Jos A ja B ovat epätosia, lopputulos on tosi.

Sisältö perustuu aiempaan kirjallisuuteen, mutta siihen on lisätty omia lisäyksiä (Harsunkorpi ym., 2023; Hähkiöniemi ym., 2021).

Ymmärrä konnektiivit: loogiset portit

Testaa sivustoa [Basic Logic Gates - Visual Learning | Digital & Logic Design](#) konnektiivien ymmärtämiseen. Käytä portteja NOT, AND ja OR. XNOR käy ekvivalenssiin. Implikaatio olisi $(NOT A) OR B$ (Learn Math Class, 2026), mutta sivustolla ei pysty rakentamaan omia kytkentöjä.

Logiikkaportit ovat digitaalisen elektroniikan perusrakenne. Ne ottavat vastaan yhden tai useamman binäärisen syötteen (eli 0/1 tai tosi/epätosi) ja tuottaa ulostulon jonkin säännön mukaan. (Binary Visual, (n.d.))



Kuvaselitys: Kuvassa on kuvakaappaus nettisivun AND-portista.

Ekvivalenssi ja implikaatio

”Riittävä ehto on ehto, joka takaa väittämän olevan totta (mutta väittäjä voi olla totta muutenkin). Välttämätön ehto on ehto, jonka tulee täytyä, jotta väittäjä on totta”. (Harsunkorpi ym., 2023, s. 25)

1. Implikaatio $A \Rightarrow B$ voidaan ilmaista sanomalla, että ”A on riittävä ehto B:lle” tai ”B on välttämätön ehto A:lle”. Implikaatio voidaan ilmaista:
 - jos... niin...
2. Ekvivalenssi $A \Leftrightarrow B$ voidaan ilmaista sanomalla ”A on välttämätön ja riittävä ehto B:lle”. Ekvivalenssi voidaan ilmaista:
 - jos ja vain jos...

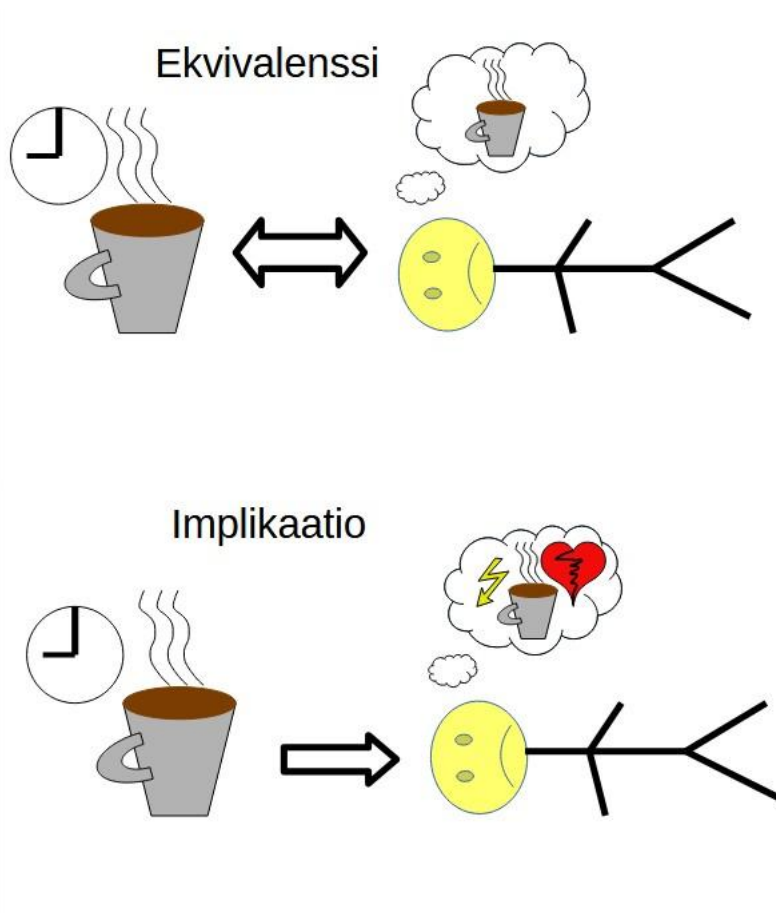
Esimerkkilauseet:

”Jos juo kahvia liian myöhään *niin* ei saa unta”

- Yleisesti ottaen tämä pätee, mutta on muitakin tekijöitä, mitkä voivat vaikuttaa unettomuuteen, kuten stressi. Toisinpäin eli ”Jos ei saa unta *niin* juo kahvia liian myöhään”. Tämä on mahdollinen selitys, mutta ei pidä aina paikkansa, eikä sen takia pidä paikkansa.

”Ei saa unta, *jos ja vain jos* on juo kahvia liian myöhään”

- Sisältää nämä lauseet: ”Jos juo kahvia liian myöhään *niin* ei saa unta” ja ”Jos ei saa unta *niin* juo kahvia liian myöhään”.
- Ei ole muita tekijöitä unettomuuteen kuin liian myöhäinen kahvin juominen. Kun toinen on tosi, myös toinen on tosi.



Kuvaselitys: Molemmissa kuvissa vasemmalla näkyvät kahvikuppi ja kellon kuva, jotka yhdessä viittaavat siihen, että kahvia on juotu myöhään.

Niiden oikealla puolella on looginen konnektiivi.

Ekvivalenssia esittävässä kuvassa henkilön ajatuskuplassa näkyy pelkkä kahvikuppi.

Tämä tarkoittaa, että hänen ajatuksensa vastaavat täsmälleen vasemman puolen tilannetta eli tilanne pätee molempiin suuntiin.

Implikaatiota esittävässä kuvassa henkilön ajatuskuplassaan näkyy kahvikupin lisäksi salama ja rikkoutunut sydän.

Nämä symboloivat tilannetta, jossa looginen seuraus ei päde takaisinpäin.



Kuvaselitys: Kuvassa havainnollistetaan, miten ekvivalenssi ja implikaatio liittyvät toisiinsa. Sama asia on kerrottu aiemmin tekstinä.

(Harsunkorpi ym., 2023, s. 25; Hähkiöniemi ym., 2021, s. 22–23)

Lisää logiikasta

Logiikka

Symboli	Luetaan	Nimitys
\neg	ei	negaatio
\wedge	ja	konjunktio
\vee	tai	disjunktio
\Rightarrow	jos...niin	implikaatio
\Leftrightarrow	jos ja vain jos	ekvivalenssi

Aritmetiikka

Symboli	Luetaan	Nimitys
+	plus	vähennyslasku
-	miinus/negatiivinen	yhteenlasku
*	kertaa	kertolasku
/	jaettuna	jakolasku

Symbolit on muutettu Suomen koulujärjestelmän käyttämien symbolien mukaan (MathVault, (n.d.)).

Voiko ajatella, että miinus olisi sama kuin looginen negaatio ja plus sama kuin konjunktio? Ei voi. Symbolit muistuttavat visuaalisesti toisiaan, mutta ne ovat eri käsitteitä ja kuuluvat eri matematiikan aloihin.

"Aritmetiikka tutkii numeroita, niiden välisiä yhteyksiä ja miten niitä käytetään ongelmien ratkaisemisessa" (MacDuffee, 2026). Logiikka taas tutkii väitelauseita, niiden välisiä yhteyksiä ja miten niitä käytetään ongelmien ratkaisemisessa. (Hähkiöniemi ym., 2021, luku 1)

Esimerkkitalanne 1:

- Aritmetiikassa: $-(x + y) = -x - y$
- Logiikassa: $\neg (A \wedge B) =$ samoin kuin yllä?

Aritmeettisessa lausekkeessa miinus voidaan kertoa sulkeiden sisälle. Samankaltaiselta näyttävä tilanne $\neg (A \wedge B)$ negaatiota ei voida kertoa, kuten miinusmerkkiä yleensä aritmeettisessa yhtälössä. Tämä ei ole yksittäinen lause vaan kaksi väitettä liitettynä konnektiivilla, mikä luetaan: "Ei ole niin, että A ja B".

Esimerkkitalanne 2:

- Aritmetiikassa: $-(-x) = x$
- Logiikassa: $\neg (\neg A) = A$

Näissä aritmetiikan ja logiikan kaavoissa on sama tulos, missä kaksi peräkkäistä samaa operaatiota kumoaa toisensa, mutta ne toimivat eri syistä. Aritmetiikassa kyse on lukujen vastaluvuista, logiikassa väitelauseiden totuusarvoista.

Alla on selitettynä, mitä lakeja logiikassa on olemassa:

Lakeja

Kaksoisnegaation laki

$\neg (\neg A)$ on sama kuin A. Ensimmäinen negaatio kääntää lauseen A, jonka jälkeen A:n lause käännetään uudelleen, jolloin se on yhtä suuri kuin A.

Esimerkkitalanne:

- A = koira on ulkona.
- $\neg A$ = koira ei ole ulkona
- $\neg (\neg A)$ = Ei pidä paikkansa, että koira ei ole ulkona. Eli koira on ulkona.

Todistus:

A	$\neg A$	$\neg(\neg A)$
1	0	1
1	0	1
0	1	0
0	1	0

Huomioi:

Älä sovela kaksoisnegaatiota virheellisesti koko lauseeseen, kuten $\neg(\neg A \Rightarrow \neg B)$ ei voida suoraan todeta, että olisi sama kuin $(A \Rightarrow B)$. Lauseen pitäisi olla muodossa $\neg(\neg(A \Rightarrow B))$, jotta voitaisiin hyödyntää kaksoisnegaation lakia, sillä vain silloin negatio kohdistuu yhtenäiseen kokonaisuuteen. Tuossa tapauksessa A:n tilalla on $(A \Rightarrow B)$. Lausekkeen tulee olla yhtenäinen kokonaisuus. Kaksoisnegaatiota ei voi soveltaa rakenteeseen, jonka sisällä on vielä erillisiä lauseita.

Todistus: $\neg(\neg A \Rightarrow \neg B)$ ei ole loogisesti ekvivalentti $(A \Rightarrow B)$ kanssa, mutta $\neg(\neg(A \Rightarrow B))$ on.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \Rightarrow \neg B$	$\neg(\neg A \Rightarrow \neg B)$
1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg(A \Rightarrow B)$	$\neg(\neg(A \Rightarrow B))$
1	1	1	0	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

De Morganin lait:

1) $\neg (A \wedge B) = \neg (A) \vee \neg (B)$. Ei ole niin, että A ja B on sama kuin ei A tai ei B

Esimerkkitalanne:

- B = kissa nukkuu
- $\neg B$ = kissa ei nuku
- $\neg (A \wedge B)$ = Ei ole niin, että koira on ulkona ja kissa nukkuu.
- $\neg (A) \vee \neg (B)$ = koira ei ole ulkona tai kissa ei nuku.
- $\neg (A \wedge B) = \neg (A) \vee \neg (B)$

Todistus:

A	B	$(A \wedge B)$	$\neg (A \wedge B)$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg (A) \vee \neg (B)$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	1
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1

2) $\neg (A \vee B) = \neg (A) \wedge \neg (B)$. Ei ole niin, että A tai B on sama kuin ei A ja ei B.

Esimerkkitalanne:

- $\neg (A \vee B)$ = Ei ole niin, että koira on ulkona tai kissa nukkuu.
- $\neg (A) \wedge \neg (B)$ = koira ei ole ulkona ja kissa ei nuku.

Todistus:

A	B	$(A \vee B)$	$\neg (A \vee B)$
1	1	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	1

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg (A \wedge \neg B)$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

Logiikassa voi helposti sekoittaa seuraavat lausekkeet. Ajattele näitä esimerkiksi näin:

$\neg (A \wedge B)$ = "ei molempia". "En halua sekä kissaa että koira."

$\neg A \wedge \neg B$ = "ei kumpaakaan". "En halua kissaa enkä koira."

Jos epäröit loogisten lakien käyttämistä, voit tarkistaa tilanteen muodostamalla lauseista totuustaulukon. Taulukkolaskennan avulla näet, ovatko kaksi lauseketta samanarvoisia. Jos totuustaulut ovat samat ne ovat loogisesti yhtäpitäviä (Hähkiöniemi ym., 2021, s. 14). Lakien perusohjeet on laadittu Harsunkorpi ym. (2023, s. 33) pohjalta.

Miten tehdä tehtäviä

Seuraa totuustaulukoita, lakeja ja sääntöjä. Vaikka lause saattaa kuulostaa maalaisjärjen näkökulmasta väärältä, vastaus on silti oikea, jos se noudattaa totuustaulukon sääntöjä.

Esimerkiksi todellisessa elämässä aurinko voi paistaa ja samaan aikaan sataa, mutta loogisissa esimerkkitapauksissa voidaan määritellä tilanne niin, että näin ei voi olla. Atomilause on lause logiikassa, jossa ei ole konnektiiveja. Näistä muodostetaan yhdistetty lause konnektiivien avulla.

1. Tehtävässä annetaan valmiiksi atomilauseet A = "voikukka on rikkaruoho" ja B = "pölyttäjät ovat elintärkeitä".
 - Suomenna lause $A \vee B$.
 - Lisää konnektiivi ja muuta sanalliseen muotoon lause.
 - Vastaus: Voikukka on rikkaruoho tai pölyttäjät ovat elintärkeitä.
 - Formalisoi lause "Voikukka on rikkaruoho ja pölyttäjät ovat elintärkeitä".

- Etsi sanoja ei, ja, tai, jos...niin, jos ja vain jos ja muuta konnektiivin tilalle symboli.
- Vastaus: $A \wedge B$.
- Tutki totuustaulujen arvoja, milloin $A \Rightarrow \neg B$ on tosi.
 - Näihin valitaan kaikki mahdolliset tilanteet totuustaulukoissa A:ssa ja B:ssä. Katso konnektiivin totuustaulukosta, missä kohtaa sarakkeen arvot ovat 1.

A	B	$\neg B$	$A \Rightarrow \neg B$
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1

1. Luo sarakkeet A ja B.
2. Muodosta sarake $\neg B$ sääntöjen mukaan.
3. Muodosta implikaatio A ja $\neg B$ sarakkeen avulla
4. Lue viimeisen sarakkeen tulokset.

Viimeisen sarakkeen tulokset riveittäin:

1. Jos A on tosi ja $\neg B$ on epätosi, niin $A \Rightarrow \neg B$ on epätosi
2. Jos A on tosi ja $\neg B$ on tosi, niin $A \Rightarrow \neg B$ on tosi
3. Jos A on epätosi ja $\neg B$ on epätosi, niin $A \Rightarrow \neg B$ on tosi
4. Jos A on epätosi ja $\neg B$ on tosi, niin $A \Rightarrow \neg B$ tosi

- Vastauksessa ei tarvitse mainita saraketta B, koska se luotiin vain negaation $\neg B$ muodostamiseksi.
- Vastaus: Lause on ainoastaan epätosi, kun A on tosi ja $\neg B$ on epätosi. Eli tilanteessa "Jos voikukka on rikkaruoho, niin pölyttäjät ovat elintärkeitä".

2. Tehtävässä voidaan pyytää määrittelemään atomilauseet A ja B.

- Määrittele atomilauseet A ja B. Formalisoi lause: "Voikukka on rikkaruoho, jos ja vain jos pölyttäjät ovat elintärkeitä".
 - Etsi konnektiiveja ei, ja, tai, jos...niin, jos ja vain jos ja muuta niiden tilalle symboli. Jätä loput atomilauseiksi eli A = "Voikukka on rikkaruoho" ja B = "pölyttäjät ovat elintärkeitä". Konnektiivi on "jos ja vain jos", joka on ekvivalenssi.
 - Vastaus: A = "Voikukka on rikkaruoho" ja B = "pölyttäjät ovat elintärkeitä". Formalisoitu yhdistetty lause on $A \Leftrightarrow B$

Muita hyödyllisiä asioita, mitä pitää tietää

1. Laskujärjestys: Aloitetaan sulkeista (Hähkiöniemi ym., 2021, s. 12).
Esimerkkilause: $A \Leftrightarrow (B \vee \neg C)$. Ensin tehdään sarake $(B \vee \neg C)$, minkä jälkeen tehdään sarake $A \Leftrightarrow (B \vee \neg C)$. Tämän jälkeen katsotaan tärkeysjärjestyksessä \neg , \wedge ja \vee , \Rightarrow ja \Leftrightarrow (Harsunkorpi ym., 2023, s. 10).
2. Miksi A ja B:n totuusarvot ovat aina nämä?

A	B
1	1
1	0
0	1
0	0

Taulukossa on kaikki tilanteet, mitä voi muodostua. Esimerkiksi virheellisellä taulukolla on samankaltaisia tilanteita eli 1–0 on kahdesti ja tilanne 0–1 puuttuu kokonaan.

A	B
1	0
1	0
1	1
0	0

Kun muuttujia on kolme, tarvitaan isompi taulukko:

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Lähteet

Binary Visual. (n.d.). *Digital & logic design*. [Digital & Logic Design - Visual Learning Platform | Boolean Algebra, Logic Gates, Sequential Circuits](#)

Harsunkorpi, J., Heiskanen, P., Liekas, M., Saarelainen, M.-M., & Tahvainen, J. (2023). *Moodi: Algoritmit ja lukuteoriaa* (1.–2. painos). Sanoma Pro Oy.

Hähkiöniemi, M., Juhala, S., Juutinen, P., Laitinen, A., Luoma-aho, E., Raittila, T., & Tikka, T. (2021). *Juuri: Algoritmit ja lukuteoriaa* (1. painos). Kustannusosakeyhtiö Otava.

Learn Math Class. (n.d.). *Logical implication (conditional statement)*. [Logical Implication \(Conditional Statement\) | Learn Math Class](#)

MacDuffee, C. C. (2026). *Arithmetic | Addition, subtraction, multiplication & division*. Britannica. [Arithmetic | Addition, Subtraction, Multiplication & Division | Britannica](#)

MathVault. (n.d.). *List of arithmetic and common math symbols*. <https://mathvault.ca/hub/higher-math/math-symbols/>

Tieteentermipankki. (n.d.). *Luonnollinen kieli*. https://tieteentermipankki.fi/wiki/Kielitiede:luonnollinen_kieli